

Common Tautologies

1. **Double Negation**

$$\neg\neg p \leftrightarrow p$$

2. **Excluded Middle**

$$p \vee \neg p$$

3. **Modus Ponens**

$$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$$

4. **Modus Tollens**

$$((p \rightarrow q) \wedge \neg q) \rightarrow \neg p$$

5. **Absurdity**

$$(p \rightarrow (q \wedge \neg q)) \rightarrow \neg p$$

6. **Addition Laws**

(a) $p \rightarrow (p \vee q)$

(b) $p \leftrightarrow (p \vee (q \wedge \neg q))$

7. **Simplification Laws**

(a) $(p \wedge q) \rightarrow p$

(b) $(p \wedge (q \vee \neg q)) \leftrightarrow p$

8. **De Morgan's Laws**

(a) $\neg(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$

(b) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

9. **Syllogism**

$$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

10. **Contraposition**

$$(\neg q \rightarrow \neg p) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$$

11. **More Tautologies Involving Implication**

(a) $\neg(p \wedge \neg q) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$

(b) $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

(c) $((p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

12. **Distributive Laws**

(a) $(p \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$

(b) $(p \vee (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$

13. **Commutative Laws**

(a) $p \wedge q \leftrightarrow q \wedge p$

(b) $p \vee q \leftrightarrow q \vee p$

14. **Associative Laws**

(a) $p \wedge (q \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$

(b) $p \vee (q \vee r) \leftrightarrow (p \vee q) \vee r$